

# La regola del parallelogramma

## PREREQUISITI

*Per affrontare la prova lo studente deve sapere...*

- La definizione di vettore
- La regola del parallelogramma
- Come si utilizza un dinamometro
- L'unità di misura della forza

## 1. Titolo

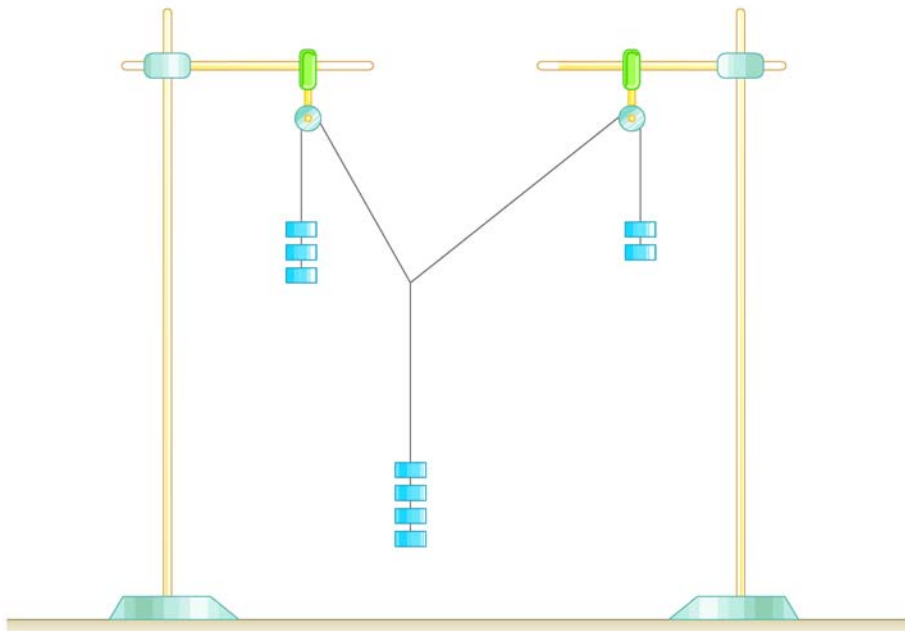
Il titolo di questa relazione, che riguarda un aspetto fondamentale delle grandezze vettoriali è:  
**Verifica del carattere vettoriale delle forze.**

## 2. Obiettivi

Lo scopo essenziale è quello di verificare che due vettori (forze) componendosi fra loro in una somma determinano un vettore risultante del quale modulo, direzione e verso sono definiti mediante la cosiddetta **regola del parallelogramma**.

## 3a. Schema e/o disegno

Il dispositivo standard è quello rappresentato in figura 1.



**Figura 1**

### 3b. Materiale e strumenti

Il materiale utilizzato è il seguente:

- aste di supporto;
- carrucole;
- piano verticale;
- filo;
- pesetti;
- dinamometro;
- goniometro.

Il materiale ora descritto può essere nei primi tre elementi sostituito con un disco verticale dotato di carrucole mobili poste ai bordi oppure con il tavolino di Varignon a configurazione orizzontale, come rappresentato in figura 2. Lo svolgimento della prova comunque non cambia.

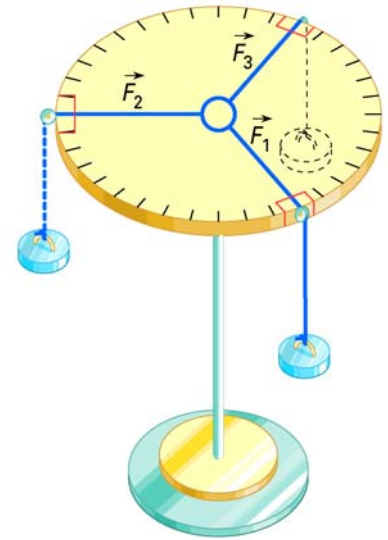


Figura 2

### 4. Contenuti teorici

Si possono riassumere le caratteristiche fondamentali dei vettori, ciò che li contraddistingue dalle grandezze scalari, soffermandosi in particolare su come si effettua la somma tra due o più vettori. Quindi, con riferimento alle forze, si può suggerire per quali motivi esse inducano il sospetto di essere dei vettori, da cui il tentativo di vedere se ubbidiscono o no alla regola del parallelogramma.

### 5. Descrizione della prova

Per realizzare il nostro obiettivo, vedremo se due forze  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$ , dirette in modo tale da formare fra loro un certo angolo  $\alpha$ , vengono equilibrate da una forza  $\vec{F}_3$  agente in direzione opposta rispetto all'angolo  $\alpha$  (fig. 3). Se questo accade, vuol dire che  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$  si compongono in modo tale da formare una forza che annulla la  $\vec{F}_3$ , vale a dire una risultante  $\vec{R}_s$  uguale e opposta per le condizioni di equilibrio alla  $\vec{F}_3$ . Se allora, ribaltando quest'ultima (indicando con  $\vec{R}_r$  tale vettore) e componendo  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$  secondo la regola del parallelogramma in modo da individuare  $\vec{R}_s$ , troviamo che entro i limiti sperimentali  $\vec{R}_s$  ed  $\vec{R}_r$  si sovrappongono, avremo dimostrato che le forze sono dei vettori che ubbidiscono alla regola del parallelogramma. Realizziamo le forze  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  ed  $\vec{F}_3$  tramite dei pesi opportuni.

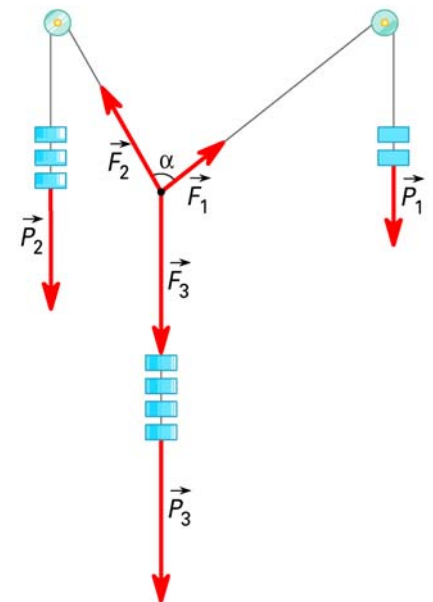


Figura 3

Iniziamo l'esecuzione della prova.

- Si montano i supporti necessari per posizionare le carrucole, come illustrato in figura 1.
- Si lega l'estremità di un filo al centro di un secondo filo e si fanno tre occhielli alle tre estremità libere.
- Si appendono i pesetti negli occhielli, che saranno in numero inferiore nei due fili laterali e superiore in quello centrale.

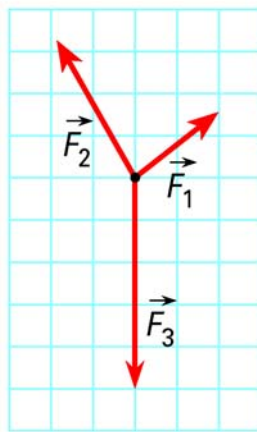
- Poiché non è detto che, con i pesetti a disposizione e in una determinata posizione delle carrucole, si trovi facilmente l'equilibrio fra le tre forze, si dovranno regolare il numero dei pesetti e la posizione reciproca delle carrucole in modo tale che alla fine il sistema di pesi resti immobile.

Grazie ai fili e alle carrucole, la direzione delle forze peso laterali verticali viene deviata, per cui le due forze  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$  saranno disposte come riportato in figura 4.

- A questo punto si dispone dietro il supporto un piano verticale con un foglio di carta millimetrata fissata con delle puntine da disegno.
- Su questo foglio, aiutandosi con le squadre, si tracciano il punto centrale di applicazione delle tre forze e la direzione dei tre vettori.

(Se l'ultima operazione non è di agevole realizzazione, una volta segnato a matita il punto di concorrenza centrale, basterà tracciare il più possibile lontano da esso almeno un altro punto per ognuna delle tre rette d'azione e quindi controllare, scostandoci dal foglio, l'allineamento dei punti con la direzione delle forze determinata dai fili).

- Si misurano i valori della forza peso dei vari gruppi di pesetti tramite il dinamometro e si riportano ordinatamente come indicato al paragrafo successivo.



**Figura 4**

In questo modo la fase propriamente sperimentale è conclusa e si può passare all'elaborazione di quanto raccolto. Se c'è tempo, si può verificare che, disponendo i pesetti in maniera tale che il rapporto  $F_1 / F_2 / F_3$  rispetti la proporzione 3/4/5, l'angolo tra le forze  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$  è di  $90^\circ$ .

## 6. Raccolta dei dati

Si scrive semplicemente, ricordando come vanno riportati i risultati delle misurazioni:

$$F_1 = (\dots \pm \dots) \dots \quad F_2 = (\dots \pm \dots) \dots \quad F_3 = (\dots \pm \dots) \dots$$

## 7. Elaborazione

A causa della relativa difficoltà di uno sviluppo completo e rigoroso nell'elaborazione matematica dei dati, in questa sede opteremo per un approccio puramente grafico al problema, senza tuttavia perdere in efficacia e comprensione delle finalità della prova.

## Il grafico

Tracciate le tre rette rappresentanti le tre direzioni delle forze, bisogna riportare in scala, a partire dal comune punto  $O$  di applicazione, i valori dei tre moduli delle forze, in modo da rappresentare coerentemente sul foglio i tre vettori.

Supponiamo che per una delle forze abbiamo misurato il modulo  $F_1 = (0,50 \pm 0,02)$  N. A ogni millimetro della carta si deve attribuire un valore in newton, in modo tale da capire con quanti millimetri occorre rappresentare il modulo della forza e il suo errore assoluto. Si effettuano vari tentativi, affinché il disegno occupi il più possibile lo spazio del foglio. Se, per esempio, si sceglie la corrispondenza:

$$1 \text{ mm} \Rightarrow 0,004 \text{ N}$$

risulta:

$$F_1 \Rightarrow \frac{0,50}{0,004} = 125 \text{ mm}$$

In definitiva il modulo di  $\vec{F}_1$  deve essere lungo 125 mm. Lo stesso procedimento si applica per le altre due forze  $\vec{F}_2$  ed  $\vec{F}_3$ . Dopodiché, si traccia il vettore  $\vec{R}_T$  opposto a  $\vec{F}_3$  e si sommano  $\vec{F}_1$  ed  $\vec{F}_2$  vettorialmente, cioè secondo la regola del parallelogramma, individuando così  $\vec{R}_S$  (fig. 5).

(Per una valutazione approssimativa degli errori, si può leggere l'*Help 1* che segue).

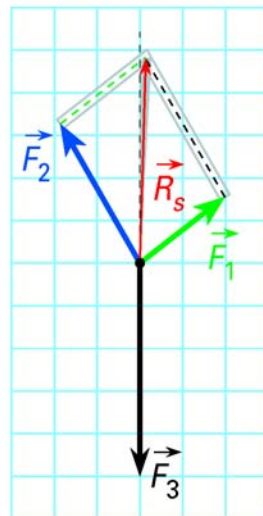


Figura 5

**Help 1**

Un modo per tener conto in qualche modo degli errori di misura, consiste nel rappresentare graficamente anche gli intervalli di indeterminazione dei moduli delle forze. Analogamente a prima:

$$\varepsilon_T (F_1) \Rightarrow \frac{0,02}{0,004} = 5 \text{ mm}$$

Combinando il valore più piccolo  $\vec{F}_1$  con il più grande di  $\vec{F}_2$  si trova il vettore  $\vec{R}_S$  più a sinistra; e viceversa per il vettore  $\vec{R}_S$  più a destra (vedi area evidenziata nella fig. 5).

**8. Analisi dei risultati e conclusioni**

Se non si è tenuto conto per niente degli errori, si dirà che la verifica ha avuto successo o meno a seconda della vicinanza fra la risultante teorica  $\vec{R}_T$  e quella sperimentale  $\vec{R}_S$ . Nell'eventualità che i due vettori non siano sovrapposti, si può valutare con il goniometro il valore dell'angolo tra  $\vec{R}_T$  ed  $\vec{R}_S$ , che dovrà essere di pochi gradi. Si tenga presente che lo scostamento sarà tanto più evidente, quanto più esteso sarà il disegno.

I fattori che possono avere condizionato la prova sono:

- errori nella determinazione delle direzioni delle tre forze (errori di parallasse);
- fenomeni di attrito in corrispondenza delle carrucole;
- ...

Se, al contrario, si è preso in considerazione l'incertezza sulle forze, la prova risulterà soddisfacente nel caso in cui  $\vec{R}_T$  cada dentro l'area di fluttuazione di  $\vec{R}_S$ . Non si dimentichi, comunque, che abbiamo trascurato gli errori sugli angoli.